

FEUILLE D'EXERCICES SUR LES GÉOMÉTRIES AFFINE ET EUCLIDIENNE.

1. Soit, dans le plan euclidien P , la courbe d'équation $\mathcal{C} : x^2 - y^2 = 1$. Soit $K \in \mathcal{P}$, tel que K n'appartiennent pas à la courbe $\mathcal{C}$ et soit D une droite passant par K . On note M_D et N_D , s'il y a lieu, les points d'intersection de D avec la courbe $\mathcal{C}$ et on cherche l'ensemble des points I_D tels que I_D soit le milieu de $[M_D, N_D]$. (Centrale 2002)

2. Soit $(\Gamma) : xy = 1$. $\vec{N}$ la normale en M rencontre (Γ) en N .

1) Montre que C (le centre de courbure) est le barycentre de M et N affectés de poids constants.

2) En déduire une construction géométrique de C (Centrale 2002)

3. Soit la surface paramétrée Σ par $M(u, v) = \begin{cases} u^2 \\ 2uv \\ 2u + v \end{cases}$ dans un repère orthonormé

- Montrer que Σ est l'union de 2 droites.
- Donner l'équation du plan tangent en $M(1, 1)$.
- Trouver l'ensemble des points où le plan tangent est parallèle à l'axe Ox
- La courbe $M(u, 2u)$ est-elle une courbe plane? Dans quel plan?
- Trouver la projection sur yOz .

(Centrale 2002)

4. Soit la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y^2 - p.x = 0$. $(O, \vec{i}, \vec{j})$ repère canonique de $\mathbb{R}^2$. Soit $M_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ un point de la parabole $\mathcal{P}$. La normale $\vec{N}_1$ en M_1 coupe $(\mathcal{P})$ en $M_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$, la normale $\vec{N}_2$ en M_2 coupe $(\mathcal{P})$ en $M_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix}$... Quelle est la nature de $\sum \frac{1}{y_n}$ (Mines 2002)

5. Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormale $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

À tout point M du plan, on associe ses images M_0, M_1, M_2 dans les réflexions d'axes $\mathcal{D}, Ox$ et Oy respectivement.

Trouver l'ensemble des points M tels que M_0, M_1, M_2 soient alignés.

6. Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne deux cercles :

$$\mathcal{C}_1 : (x - 2)^2 + y^2 = 4 \quad \text{et} \quad \mathcal{C}_2 : x^2 + (y - 1)^2 = 1$$

Trouver une équation cartésienne de l'ensemble des centres des cercles tangents extérieurement à $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$.

7. Soit $ABCD$ un rectangle du plan euclidien. Déterminer l'ensemble $\mathcal{L}$ des points M du plan tels que les cercles circonscrits aux triangles MAB et MBC aient même rayon.