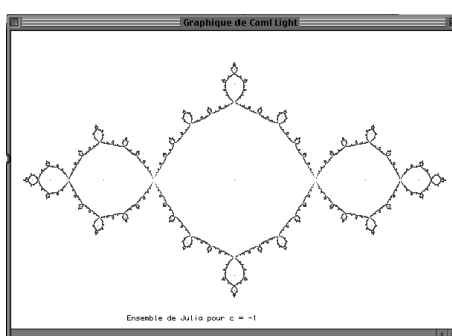


Feuille d'exercices n°10 de l'option d'informatique.

Dans ce TD, on continue à utiliser les fonctions graphiques développées dans le TD précédent.

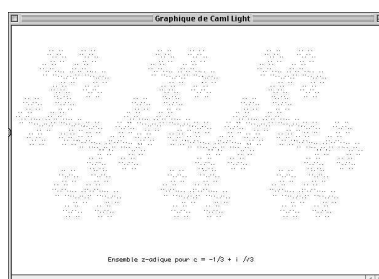
1. ⁽¹⁾ Soit c un nombre complexe, on définit par récurrence une suite de parties de $\mathbb{C}$ par $E_0 = \{0\}$ et pour tout entier n , $E_{n+1} = \{z \in \mathbb{C} / z^2 + c \in E_n\}$.

- démontrer que $E = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} E_n$ est inclus dans le disque de centre 0 et de rayon $\frac{1}{2} + \sqrt{|c|} + \frac{1}{4}$
- écrire une fonction ayant pour paramètre c et N qui trace $\bigcup_{k=0}^N E_k$ (on affectera une couleur différente à chaque E_k)
- tracer l'ensemble précédent pour $N = 15$ et $c = -1$.

FIG. 1 – Ensemble de Julia pour $c = -1$ et $n = 15$

2. Soit c un nombre complexe de module inférieur strict à 1 et, pour chaque $n \in \mathbb{N}$, soit E_n l'ensemble des sommes $\sum_{0 \leq k \leq n} e_k \cdot c^k$ avec $e_k \in \{0, 1\}$ pour tout k .

- démontrer que la réunion $E = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} E_n$ est incluse dans le disque de centre 0 et de rayon $\frac{1}{1 - |c|}$.
- programmer la fonction qui donne la représentation graphique de $E_N = \bigcup_{k=0}^N E_k$ avec comme paramètre N et c (on changera de couleur pour faire apparaître les $E_{k+1} \setminus E_k$).
- tracer l'ensemble précédent avec $N = 15$ et $c = -1/3 + i/\sqrt{3}$.

FIG. 2 – Ensemble des z -adique pour $N = 15$ et $c = -1/3 + i/\sqrt{3}$

1. Pour cet exercice ainsi que le suivant, on sera amené à choisir une représentation des nombres complexes et à programmer les fonctions d'addition, de soustraction, de multiplication et de racine carrée dans l'ensemble des nombres complexes. On pourra définir un complexe sous la forme `type complexe = {re : float; im : float};;`. La création d'un complexe se fait comme dans l'exemple suivant : `let a = {re = 0.3; im = 3.2};;` et ensuite les parties réelle et imaginaire de `a` sont obtenues avec : `a.re` et `a.im`.