

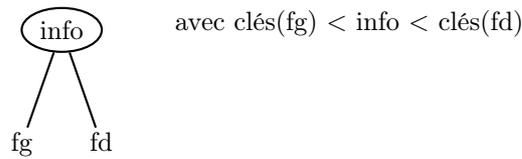
FEUILLE D'EXERCICES N°5 DE L'OPTION D'INFORMATIQUE.

1 arbres de recherche 3-2

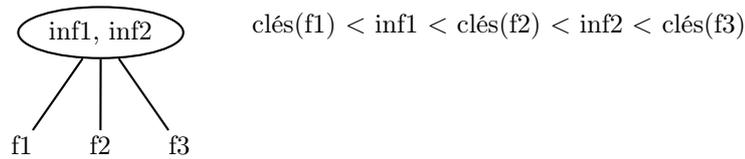
On se propose ici d'étudier un nouveau type d'arbre de recherche dont la profondeur est en $O(\ln n)$ où n est le nombre de nœuds; ces arbres dits 3-2 ont toutes leurs feuilles à une même profondeur; leurs nœuds sont soit binaires (et contiennent alors une seule clé "info"), soit ternaires (et contiennent alors deux clés $\text{inf1} < \text{inf2}$).

Le principe de remplissage est le suivant :

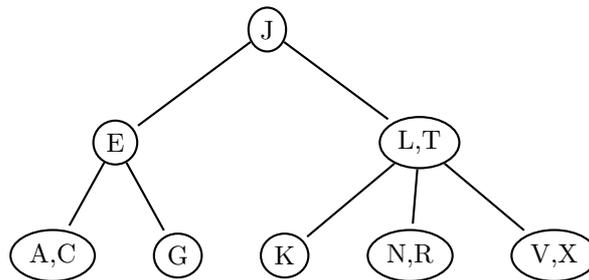
- pour un sommet binaire :



- pour un sommet ternaire :

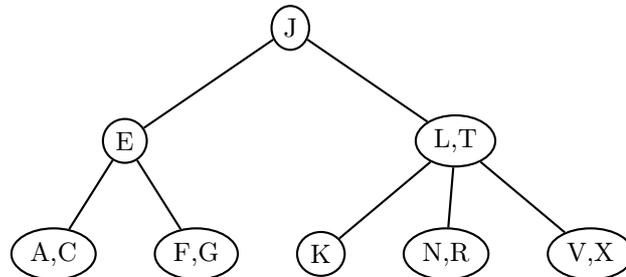


Exemple :

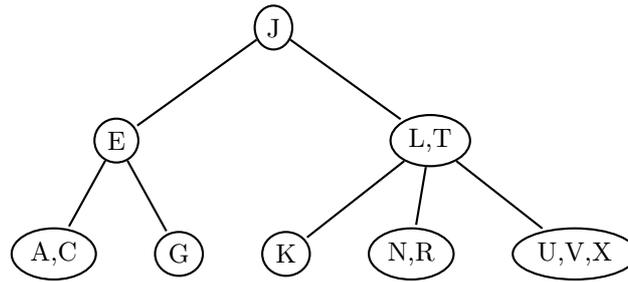


(L'ordre sur les clés est l'ordre alphabétique).

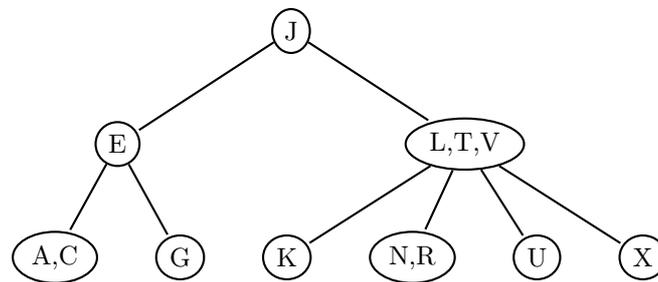
1. Définir un type Caml permettant de représenter des arbres 3-2 polymorphes.
2. Écrire une fonction qui étant donné un arbre 3-2 liste ses clés dans l'ordre.
3. On veut insérer une nouvelle clé dans un arbre. La difficulté est de maintenir la structure 3-2. Si la clé est F, on obtient :



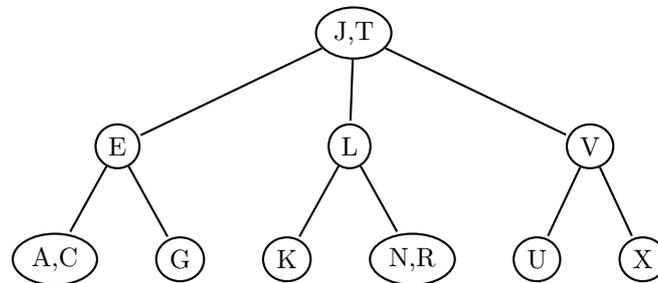
Si la clé est U, on obtiendrait (ce n'est plus un arbre 3-2)



qu'il faut rééquilibrer en :



puis encore :



Le procédé consiste donc à créer éventuellement des nœuds fictifs d'arité 4 puis à les faire éclater en deux nœuds d'arité 2 en augmentant de 1 l'arité du père (et donc le nombre d'informations qu'il contient). On remonte ainsi vers la racine jusqu'à ce que l'arbre redevienne 3-2.

- Décrire la suite des éclatements dus à l'insertion de la clé M sur l'exemple initial.
- Écrire une fonction qui insère une nouvelle clé dans un arbre 3-2 (on pourra éventuellement modifier le type des sommets en autorisant une arité 4 mais ceci n'est pas nécessaire).
- Générer l'arbre 3-2 à partir des lettres de l'alphabet données dans l'ordre alphabétique.