

CORRIGE TD n°8

1 Question n°1

Calcul du taux y sur 1 mois :

```
> y := 100*((1+x/100)^(1/12)-1);
```

$$y := 100 \left(1 + \frac{1}{100} x\right)^{1/12} - 100$$

Application numérique : Exemple de calcul de y pour $x = 5\%$

```
> x:=5: evalf(y); x := 'x':
```

.4074124

2 Question n°2

a) Partie versée au titre du remboursement des intérêts

```
> expand(S*y/100);
```

$$S \left(1 + \frac{1}{100} x\right)^{1/12} - S$$

b) Formule donnant le capital restant à rembourser après un versement

```
> S -( v - ");
```

$$-v + S \left(1 + \frac{1}{100} x\right)^{1/12}$$

c) On pose $k = (1 + x/100)^{(1/12)}$ ce qui nous donne la formule de récurrence :

$$s(n+1) = s(n) * k - v$$

3 Question n°3

```
> rsolve({s(n+1) = s(n)*k-v,s(0)=S},s);
```

$$S k^n - \frac{v k^n}{-1 + k} + \frac{v}{-1 + k}$$

```
> s := unapply(",n); # on crée la fonction s
```

$$s := n \rightarrow S k^n - \frac{v k^n}{-1 + k} + \frac{v}{-1 + k}$$

4 Question n°4

a)

```
> solve(s(n)=0,v);
```

$$\frac{S k^n (-1 + k)}{k^n - 1}$$

```
> V := unapply(",k,n,S);
```

$$V := (k, n, S) \rightarrow \frac{S k^n (-1 + k)}{k^n - 1}$$

```
> versement := (x,a,S) ->
  evalf(V((1+x/100)^(1/12),12*a,S));
```

$$versement := (x, a, S) \rightarrow \text{evalf}(V((1 + \frac{1}{100} x)^{1/12}, 12 a, S))$$

b) Le coût de l'emprunt correspond au remboursement au titre des intérêts, c'est-à dire, au total des sommes versées moins le capital emprunté.

```
> cout := (x,a,S) -> a*12*versement(x,a,S)-S;
```

$$cout := (x, a, S) \rightarrow 12 a \text{ versement}(x, a, S) - S$$

5 Question n°5 : application numérique

```
> print('v = ',versement(7,2,10000),' coût =',cout(7,2,10000));
print('v = ',versement(10,2,10000),' coût =',cout(10,2,10000));
print('v = ',versement(7,5,10000),' coût =',cout(7,5,10000));
```

$$v = , 446.75159, \text{ cout} =, 722.03816$$

$$v = , 459.46235, \text{ cout} =, 1027.09640$$

$$v = , 196.99905, \text{ cout} =, 1819.94300$$

6 Question n°6 : tableau d'amortissement

```
> taux := 5.64; duree := 12; S := 485000;
v := versement(taux,duree,S):
k := (1+taux/100)^(1/12):
printf('versement mensuel : %f\n',v);
for i from 0 to 12*duree do
  int_verse := evalf(s(i)*(k-1)):
  cap_verse := v - int_verse:
  cap_restant := evalf(s(i)):
  printf('%3d ! %9.4f ! %9.4f ! %11.4f\n',
    i,int_verse,cap_verse,cap_restant):
od:
```

$taux := 5.64$

$duree := 12$

$S := 485000$

```
versement mensuel : 4608.150145
 0 ! 2222.6143 ! 2385.5357 ! 485000.0000
 1 ! 2211.6821 ! 2396.4680 ! 482614.4644
 2 ! 2200.6998 ! 2407.4503 ! 480217.9962
 3 ! 2189.6671 ! 2418.4829 ! 477810.5456
 4 ! 2178.5839 ! 2429.5661 ! 475392.0630
 5 ! 2167.4499 ! 2440.7001 ! 472962.4966
 6 ! 2156.2649 ! 2451.8852 ! 470521.7969
 7 ! 2145.0286 ! 2463.1214 ! 468069.9113
 8 ! 2133.7408 ! 2474.4092 ! 465606.7895
 9 ! 2122.4013 ! 2485.7487 ! 463132.3799
10 ! 2111.0099 ! 2497.1402 ! 460646.6320
11 ! 2099.5662 ! 2508.5838 ! 458149.4914
12 ! 2088.0701 ! 2520.0800 ! 455640.9076
13 ! 2076.5213 ! 2531.6287 ! 453120.8280
14 ! 2064.9196 ! 2543.2305 ! 450589.1991
15 ! 2053.2647 ! 2554.8854 ! 448045.9683
16 ! 2041.5564 ! 2566.5937 ! 445491.0833
17 ! 2029.7944 ! 2578.3556 ! 442924.4893
18 ! 2017.9786 ! 2590.1715 ! 440346.1335
19 ! 2006.1086 ! 2602.0415 ! 437755.9621
20 ! 1994.1842 ! 2613.9659 ! 435153.9207
21 ! 1982.2051 ! 2625.9449 ! 432539.9552
.....
125 ! 383.4262 ! 4224.7239 ! 83668.0044
126 ! 364.0655 ! 4244.0846 ! 79443.2805
127 ! 344.6161 ! 4263.5340 ! 75199.1951
128 ! 325.0775 ! 4283.0725 ! 70935.6618
129 ! 305.4494 ! 4302.7006 ! 66652.5895
130 ! 285.7314 ! 4322.4186 ! 62349.8881
131 ! 265.9230 ! 4342.2270 ! 58027.4690
132 ! 246.0238 ! 4362.1262 ! 53685.2421
133 ! 226.0335 ! 4382.1166 ! 49323.1158
134 ! 205.9515 ! 4402.1985 ! 44940.9995
135 ! 185.7775 ! 4422.3725 ! 40538.8005
136 ! 165.5111 ! 4442.6390 ! 36116.4287
137 ! 145.1517 ! 4462.9983 ! 31673.7893
138 ! 124.6991 ! 4483.4509 ! 27210.7909
139 ! 104.1528 ! 4503.9973 ! 22727.3400
140 ! 83.5122 ! 4524.6378 ! 18223.3426
141 ! 62.7771 ! 4545.3729 ! 13698.7050
142 ! 41.9470 ! 4566.2030 ! 9153.3318
143 ! 21.0214 ! 4587.1286 ! 4587.1290
144 ! 0.0000 ! 4608.1501 ! 0.0000
```

7 Question n°7

```
> x:='x': k := (1+x/100)^(1/12): S := 10000:
v:=200.32: s(5*12);
```

$$10000 \left(1 + \frac{1}{100}x\right)^5 - 200.32 \frac{\left(1 + \frac{1}{100}x\right)^5}{-1 + \left(1 + \frac{1}{100}x\right)^{1/12}} + \frac{200.32}{-1 + \left(1 + \frac{1}{100}x\right)^{1/12}}$$

```
> fsolve(",x,1..100);
```

7.749853260

8 Question n°8

On fait un DL pour simplifier l'équation, la valeur cherchée est x que l'on considère proche de 0

```
> series(s(5*12),x=0);
```

$$-2019.20000 + 204.5280001x + 6.593864444x^2 + .07845516667x^3 + O(x^4)$$

```
> convert(",polynom); # On convertit en polynôme
```

$$-2019.20000 + 204.5280001x + 6.593864444x^2 + .07845516667x^3$$

```
> 'x'= fsolve(",x,1..100); # On résout
```

$x = 7.754812445$