

TD 8 - mise en pratique des connaissances

Il s'agit d'utiliser le logiciel MAPLE pour calculer les remboursements d'emprunts auprès d'une banque. On envisage donc d'emprunter une somme S sachant que la banque propose un taux de $x\%$ l'an, c'est à dire que si vous gardez la somme S pendant 1 an vous devrez rembourser $S * \frac{x}{100}$ au titre des intérêts.

1. Sachant que le taux sur un an est de $x\%$, donner le taux $y\%$ sur 1 mois en fonction de x .
A.N. : calculer la valeur de y pour $x = 5\%$.
2. La banque vous prête une somme S avec un taux de $x\%$ l'an, au bout d'un mois vous effectuez un versement v couvrant le paiement des intérêts et le remboursement d'une partie du capital :
 - a) quelle est la partie versée au titre des intérêts en fonction de S et de y ?
 - b) Trouver la formule donnant le capital restant à rembourser au bout d'un mois.
 - c) Si on appelle (s_n) la suite du capital restant à rembourser au $n^{\text{ième}}$ mois avec $s_0 = S$, en posant $k = (1 + \frac{x}{100})^{1/12}$, trouver une formule de récurrence liant s_n et s_{n+1} à l'aide de k , S et v .
3. Faites résoudre par Maple, s_n (on utilisera la fonction *rsolve*) et créer la fonction $s : n \mapsto s(n)$.
4. La somme est totalement remboursée lorsque $s_n = 0$.
 - a) Donner la formule calculant le versement v que vous devez effectuer pour rembourser votre emprunt en a années (on créera une fonction *versement* ayant pour paramètres x , a , S et retournant la valeur de v)
 - b) Créer une fonction *cout* qui détermine le coût de votre crédit, c'est à dire le total des sommes versées au titre des intérêts, en fonction de x , a et S .
5. A.N. : calculer les versements v et le coût de votre emprunt dans les cas suivants :
 - $S = 10000$ F., $x = 7\%$, $a = 2$ ans,
 - $S = 10000$ F., $x = 10\%$, $a = 2$ ans,
 - $S = 10000$ F., $x = 7\%$, $a = 5$ ans,
6. Créer une fonction donnant le tableau d'amortissement de votre emprunt faisant apparaître en première colonne le numéro du mois de versement, en deuxième colonne le versement au titre du remboursement de l'emprunt, une troisième colonne faisant apparaître la partie versée au titre du remboursement du capital et une quatrième donnant le capital restant à rembourser.
A.N. : $S = 10000$ F., $x = 7\%$, $a = 2$ ans,
7. Sachant que vous avez versé mensuellement 200,32F. pour avoir emprunté 10000F. sur 5 ans, quel était le taux de votre emprunt? (il ne faut garder que la solution réelle de l'équation comprise entre 0 et 100).
8. La méthode précédemment utilisée oblige Maple à résoudre une équation de degré 60 ou 59, ce qui est long. On va donc lui faire calculer une valeur approchée. En effectuant un développement limité à un ordre suffisant en x résoudre l'équation obtenue et comparer à la valeur obtenue à la question précédente.
indication : on pourra utiliser les fonctions "series" et "fsolve" de Maple.