PROGRAMME DE COLLES DE LA QUINZAINE N°7

(semaine du 9 au 21 janvier 2006)

DÉRIVATION ET INTÉGRATION

- dérivée en un point a d'une fonction à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$,
- dérivée à droite et à gauche,
- dérivée sur un intervalle, application dérivée,
- application de classe $\mathcal{C}^1$ sur un intervalle,
- linéarité de la dérivation,
- dérivée de $u \circ f$ lorsque u est linéaire,
- dérivée de $B(f, g)$ lorsque B est bilinéaire,
- caractérisation de la dérivabilité à l'aide de la dérivabilité des fonction coordonnées dans une base (application au cas d'une fonction à valeurs complexes),
- caractérisation des fonctions constantes pour les fonctions continues sur un segment et dérivables sur son intérieur,
- fonctions de classe $\mathcal{C}^k$,
- espace vectoriel $\mathcal{C}^k(I, F)$ des applications de classe $\mathcal{C}^k$ à valeurs dans un espace vectoriel F,
- cas d'une composée $f \circ \varphi$,
- fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ par morceaux,
- intégrale d'une fonctions en escalier sur un segment à valeurs dans un espace vectoriel,
- propriété : linéarité, $\| \int_J \varphi \| \leqslant \int_J \|\varphi\|$,
- cas de l'intégrale des fonctions continues par morceaux sur un segment (définition, propriétés,...)
- image de l'intégrale par une application linéaire, expression à l'aide d'une base,
- norme de la convergence en moyenne,
- si (f_n) converge uniformément sur I alors elle converge en moyenne et $\displaystyle\int_{[a,b]} \lim_n f_n = \lim_n \int_{[a,b]} f_n$,

TSVP

- si $\sum f_n$ converge uniformément sur $[a, b]$ la série des intégrales est convergente est

$$\int_{[a,b]} \sum_{n=0}^{+\infty} f_n = \sum_{n=0}^{+\infty} \int_{[a,b]} f_n$$

- comparaison des normes N_1, N_2 et N_∞,
- convergence des sommes de Riemann vers $\displaystyle\int_{[a,b]} f$ lorsque le pas tend vers 0 dans le cas des fonctions continues par morceaux sur $[a, b]$,
- primitives d'une fonction continue par morceaux,
- fonction intégrale d'une application continue par morceaux,
- théorème d'intégration par parties,
- théorème de changement de variables,
- inégalité des accroissements finis,
- théorème de prolongement : si f continue sur $[a, b]$, de classe C^1 sur $]a, b]$ et telle que f' admette une limite en a alors f est de classe C^1 sur $[a, b]$,
- théorème de prolongement dans le cas des fonctions continues sur $[a, b]$ et de classe C^k sur $]a, b]$,
- formules de Taylor (Taylor reste intégral, inégalité de Taylor Lagrange, formule de Taylor-Young),
- théorèmes de dérivation d'une limite d'une suite de fonctions et de la somme d'une séries de fonctions,

(PREVISIONS POUR LA QUINZAINE 8 :

- Espaces vectoriels euclidiens,)