PROGRAMME DE COLLES DE LA QUINZAINE N°8

(semaine du 23 janvier au 4 février 2006)

ESPACES VECTORIELS EUCLIDIENS

- formes bilinéaires symétriques et formes quadratiques,
- produits scalaires réel et hermitien,
- inégalité de Cauchy-Schwarz,
- norme et distance euclidiennes,
- familles de vecteurs orthogonaux,
- orthogonal d'une partie (définition + propriétés),
- sous-espaces vectoriels supplémentaires orthogonaux,
- somme directe de sous-espaces vectoriels orthogonaux,
- représentation matricielle d'un produit scalaire en dimension finie,
- $F \oplus F^{\perp} = E$ en dimension finie,
- passage d'un système de vecteurs orthogonaux à une famille de sous-espaces en somme directe orthogonale,
- existence de bases orthonormale dans les espaces vectoriels euclidiens et hermitiens,
- procédé d'orthogonalisation de Schmidt,
- existence d'une base orthonormale adaptée à un drapeau de sous-espaces vectoriels,
- isomorphisme entre E et son dual E^* avec $\varphi_x : y \longmapsto (x \mid y)$
- projecteurs orthogonaux,
- si $(e_1, \ldots, e_p)$ base orthonormale d'un sous-espace vectoriel F de E pour tout x de E, on a : $p(x) = \sum_{i=0}^{p} (e_i \mid x).e_i$,
- distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel, inégalité de Bessel,
- u^* adjoint d'un endomorphisme u d'un espace vectoriel euclidien,
- F sous-espace vectoriel stable par $u \Rightarrow F^{\perp}$ stable par u^*,
- $\operatorname{Ker} u^* = (\operatorname{Im} u)^{\perp}$ et $\operatorname{Im} u^* = (\operatorname{Ker} u)^{\perp}$,
- λ valeur propre de $u \iff \lambda$ valeur propre de u^*,
- endomorphisme autoadjoint (définition + caractérisation),
- réduction des endomorphismes autoadjoints,
- endomorphisme autoadjoint associé à une forme bilinéaire symétrique,
- si φ forme bilinéaire symétrique sur E, existence d'une base orthonormale $(e_1, \ldots, e_n)$ de E telle que : $\forall (i,j) \in [\![1,n]\!]^2$, $i \neq j \Rightarrow \varphi(e_i, e_j) = 0$,
- automorphisme orthogonal (définition + caractérisation),
- tout matrice A symétrique réelle est diagonalisable et il existe une matrice orthogonale U telle $U^{-1}.A.U = {}^tU.A.U$ soit une matrice diagonale.
- recherche d'une équation réduite d'une conique définie par une équation cartésienne dans un repère orthonormal,
- description des quadriques usuelles : ellipsoïdes, hyperboloïdes, paraboloïdes, cônes, cylindres.

(PREVISIONS POUR LA QUINZAINE 9 :

- intégrales impropres,)