

PROGRAMME DE COLLES DE LA QUINZAINE N°11

(quinzaine du 20 mars au 1 avril 2006)

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- équation différentielle linéaire d'ordre 1 pour des fonctions à valeurs dans un espace vectoriel réel F ,
- théorème de Cauchy-Lipschitz (admis),
- conséquence sur la structure de l'ensemble des solutions,
- système fondamental des solutions d'une équation différentielle, wronskien, méthode de variations des constantes pour trouver les solutions d'une équation différentielle affine à partir des solutions de l'équation homogène associée,
- équation linéaire à coefficients constants du type $x' = a.x + b(t)$ où $a \in \mathcal{L}(E)$,
- équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 1 et 2,
- systèmes différentiels autonomes,
- utilisation des équations différentielles pour la sommation de séries entières,
- recherche de solutions d'équations différentielles sous forme de séries entières,

SÉRIES DE FOURIER

- \mathbb{C} -espace vectoriel des fonctions 2π -périodiques continues par morceaux à valeurs complexes,
- si f 2π -périodique continue par morceaux alors $\int_0^{2\pi} f(t)dt = \int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt = \int_a^{a+2\pi} f(t)dt$
- coefficients de Fourier $c_n(f)$ de f , et coefficients de Fourier trigonométriques $a_n(f)$ et $b_n(f)$,
- conséquences de la parité de f sur ses coefficients de Fourier,
- conséquences d'un déphasage sur les coefficients de Fourier de f ,
- fonctions développables en séries de Fourier,
- lemme de Lebesgue : si f continue par morceaux sur $[a, b]$ alors $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f(t)e^{int}dt = 0$,
- si f 2π -périodique continue, de classe C^1 par morceaux alors $\forall n \in \mathbb{Z}, c_n(D(f)) = i.n.c_n(f)$,
- généralisation de la formule précédente pour f 2π -périodique continue, de classe C^{k-1} et de classe C^k par morceaux. On a alors $c_n(f)$ négligeable devant $\frac{1}{|n|^\alpha}$,
- inégalité de Bessel, convergence en moyenne quadratique de la série de Fourier d'une fonction 2π -périodique continue vers f ,
- formule de Parseval,
- si f est 2π -périodique continue, de classe C^1 par morceaux, les sommes partielles $S_p(f)$ de la série de Fourier de f convergent uniformément vers f sur \mathbb{R} ,
- Théorème de Dirichlet : si f 2π -périodique de classe C^1 par morceaux alors :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \lim_{p \rightarrow \infty} S_p(f)(x) = \frac{1}{2}(f(x-) + f(x+)) \text{ (admis)}$$
- cas des fonctions T -périodiques,

(PREVISIONS POUR LA QUINZAINE 12 :

Il n'y a pas de prochaine quinzaine, ce sera tout pour cette année.)