

PROGRAMME DE COLLES DE LA QUINZAINE N°4
(quinzaine du 14 au 26 novembre 2005)

GROUPE SYMÉTRIQUE - APPLICATIONS MULTILINEAIRES - DETERMINANTS

- définition de \mathfrak{S}_n ,
- tout groupe fini est isomorphe à un sous-groupe d'un \mathfrak{S}_n ,
- orbites d'une permutation,
- définitions de cycles et transpositions,
- support d'un cycle,
- toute permutation se décompose en produit de transpositions,
- toute permutation de \mathfrak{S}_n se décompose en produit de transpositions de la forme $\tau_{k,k+1}$,
- existence d'un morphisme surjectif de (\mathfrak{S}_n, \circ) dans $(\{-1, 1\}, \times)$, signature d'une permutation,
- définition des formes n -linéaires sur un \mathbb{K} -espace vectoriel,
- l'ensemble des applications n -linéaires définies sur E à valeurs dans \mathbb{K} , noté $\mathcal{L}_n(E)$, est un espace vectoriel sur \mathbb{K} de dimension n^n ,
- définitions de : applications n -linéaires alternées, symétriques et antisymétriques.
- relations entre les applications multilinéaires alternées et antisymétriques,
- étude des formes p -linéaires alternées définies sur un \mathbb{K} -ev de dimension p ,
- $\mathcal{A}_p(E)$, l'ensemble des formes p -linéaires alternées de E (E \mathbb{K} -ev de dimension p) est un \mathbb{K} -ev de dimension 1,
- application déterminant dans une base e (\det_e),
- un système de p vecteurs est une base ssi le déterminant du système dans une base quelconque e est non nul,
- déterminant d'un endomorphisme (définition, propriétés),
- $\det(Id_E)$, $\det(\lambda u)$, $\det(v \circ u)$,
- $(u \in \mathcal{L}(E) \text{ inversible}) \iff (\det(u) \neq 0)$,
- déterminant d'une matrice carrée (définition, propriétés),
- calcul de déterminants (cas des matrices triangulaires par blocs, développement suivant une ligne ou une colonne, ajout d'une combinaison linéaire des autres vecteurs lignes (resp. colonne) à un vecteur ligne (resp. colonne) donnée.
- définition de la comatrice et de la matrice complémentaire \widetilde{M} ,
- $M.\widetilde{M} = \widetilde{M}.M = \det(M).I_n$,
- M inversible $\iff \det(M) \neq 0$ et dans ce cas $M^{-1} = \frac{1}{\det(M)}.\widetilde{M}$,
- expressions explicites des matrices inverses dans le cas des matrices carrées d'ordre 2 ou 3,
- résolution des systèmes de Cramer à l'aide de déterminants.

(PREVISIONS POUR LA QUINZAINE 5 :

- suites et séries de fonctions.)