

PROGRAMME DE COLLES DE LA QUINZAINE N°2
(quinzaine du 3 au 15 octobre 2005)

ESPACES VECTORIELS NORMÉS

- définition d'une norme,
- N_1 , N_2 et N_∞ sur \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n , $C([a, b], \mathbb{R})$
- distance associée à une norme,
- boules ouvertes et fermées, sphères dans un espace vectoriel normé,
- parties bornées dans un espace vectoriel normé,
- suites convergentes dans un espace vectoriel normé,
- toute suite convergente est bornée,
- combinaison linéaire de suites convergentes,
- fonctions k -lipschitziennes,
- somme et composée de fonctions lipschitziennes,
- relation d'ordre «est plus fine que» sur l'ensemble des normes de E ,
- normes équivalentes,
- influence des normes sur la convergence des suites et sur l'ensemble des bornés,
- en dimension finie toutes les normes sont équivalentes (admis),
- en dimension finie, une suite est convergente si et seulement si les suites des coordonnées dans une base donnée sont convergentes et pour $u_k = \sum_{i=1}^n x_k^i \cdot e_i$, on a : $\lim_{k \rightarrow \infty} u_k = \sum_{i=1}^n (\lim_{k \rightarrow \infty} x_k^i) e_i$,
- suite de Cauchy (définition),
- toute suite convergente est de Cauchy,
- En dimension finie toute suite de Cauchy est convergente (on admet que toute suite de Cauchy dans \mathbb{R} est convergente),
- relations de comparaison pour des suites dans un evn (on les compare à des suites à valeurs réelles positives) : «est dominée par», «est négligeable devant» (notation en O et en o),
- opérations sur les O et les o ,
- relation «est équivalente à» pour des suites à valeurs réelles ou complexes,
- ouverts et fermés d'un evn, stabilité par intersection,
- influence de la norme sur l'ensemble des fermés et des ouverts,
- points adhérents et intérieurs à une partie,
- définition et propriétés de l'intérieur d'une partie : $\overset{\circ}{A}$,
- A ouvert de $(E, N) \iff \overset{\circ}{A} = A$,
- définition et propriétés de l'adhérence d'une partie : \overline{A} ,
- A fermé de $(E, N) \iff \overline{A} = A$,
- pour $f : A \subset E \rightarrow F$ notion de limite de f en un point a adhérent à A ,
- caractérisation lorsque F est de dimension finie par les limites des applications coordonnées,
- continuité d'une application en un point, caractérisation séquentielle,
- composition de limites, opérations algébriques sur les limites

(PREVISIONS POUR LA QUINZAINE 3 :

- espaces vectoriels normés (suite et fin),
- suites et séries.)